

סמסטר ב', מועד ב', תש"ע  
תאריך הבחינה: 30.8.10  
0368-4211

בחינה בגיאומטריה חישובית  
פרופ' דן הלפרין

משך הבחינה שלוש שעות.  
אין להשתמש בחומר עזר.  
השב בדיק ובאופן תמציתי.

**בהצלחה!**

השב על ארבע מתוך חמישה שאלות הבאות:

**שאלה 1 (25 נקודות)**

נתון אוסף  $Q$  של  $n$  משולשים במישור (לא בהכרח זרים זה זה). מספר הכספי של נקודה  $k$  במישור הוא מספר המשולשים ב- $Q$  המכילים את  $k$ . תאר אלגוריתם למציאת נקודה במישור, בעלת מספר כספי מסוימאלי ונתח את זמן הריצה של האלגוריתם. כדי לזכות במלוא הנקודות על השאלה, יש לתאר אלגוריתם עם זמן ריצה ( $O(n^2)$ ).

**שאלה 2 (25 נקודות)**

צלאי  $ab$  בשילוש של נקודות במישור נקראת לא חוקית אם שני המשולשים שחלים בה  $abc$ ,  $abd$ ,  $abc$  יוצרים מרובע קמור והמעגל החוסם של המשולש  $abc$  מכיל את הנקודה  $d$  בתוכו. שילוש נקרא חוקי אם אין בו אף צלאי לא חוקית. הגדר שילוש דלוני והוכיח שכל שילוש חוקי הוא שילוש דלוני.

**שאלה 3 (25 נקודות)**

$P$  הוא פוליגון פשוט עם  $n$  קודקודים ו-  $G$  היא קבוצה של  $k$  נקודות בתוך  $P$  בהן ממוקמות מצלמות. מצלמה שמצוקת בנקודה  $v$  רואה נקודה  $w$  בפוליגון אם הסegment  $vw$  מוכל כולו בתחום הפוליגון. תאר אלגוריתם הקובע אם המצלמות הממוקמות ב- $G$  מכסות את  $P$ , כלומר האם לכל נקודה ב- $P$  יש לפחות מצלמה אחת שרואה אותה. נתח את זמן הריצה של האלגוריתם.

#### שאלה 4 (25 נקודות)

- א. הוכח שפוליגון עם חורים ניתן לשילוש. השפה החיצונית של הפוליגון וכי"א משפטת החורים הן עוקם פוליגונאלי פשוט סגור.
- ב. מהו מספר המשולשים בשילוש של פוליגון עם  $n$  קודקודים סה"כ (על השפה החיצונית ועל שפות כל החורים) ו-  $\#$  חורים ? הוכח.

#### שאלה 5 (25 נקודות)

תאר בפרוטו והסביר את הפרוצדורה UnboundedLP2D, המקבלת קבוצה של חצאי מישורים ופונקציית מטרה ומחזירה :

א. זוג חצאי מישורים המיעדים על חסימות של התוכנית הלינארית, או,

ב. קרן שפונקציית המטרה מקבלת עליה ערך אינסופי, או לעיתים,

ג. הودעה שהתוכנית לא פיזיבלית.